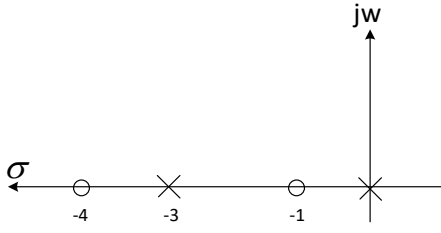


OTOMATİK KONTROL FİNAL SINAVI

S-1



Açık-çevrim kazancı K olan sisteme ait kutup-sıfır dağılımı yanda verilmiştir.

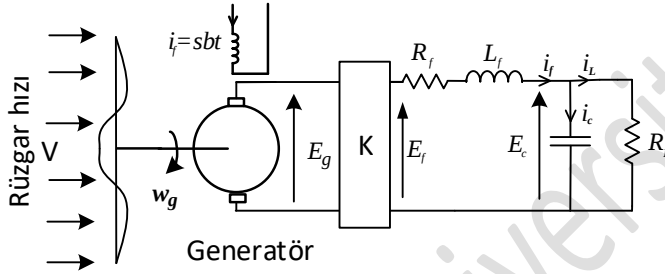
- Negatif birim geri beslemeli kapalı çevrim kontrol blok diyagramını çiziniz.
- Birim basamak giriş için sürekli hal hatasının 0.1 olabilmesi için K kazancını bulunuz.
- $0 < K < \infty$ için yer kök eğrisini çiziniz.

S-2

Açık çevrim transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{1}{(s+2)(s+1)}$ olarak verilen sistem, örnekleme zamanı $T=1$ sn olmak üzere ayrık-zaman sayısal kontrolcü $D(z) = K$ ile kontrol edilmek istenmektedir.

- $T(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$ kapalı çevrim transfer fonksiyonunu elde ediniz.
- Birim basamak giriş için $C(k)$ elde ediniz.
- Kararlılık analizini yapınız.

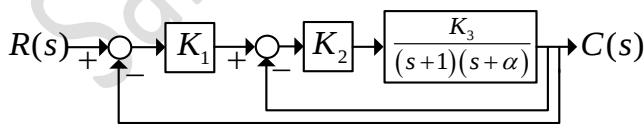
S-3



Şekilde verilen sistemde $V(t)$ rüzgar hızı ile orantılı olarak generatörün $w_g(t) = k_v V(t)$ hızı ile orantılı döndürüldüğü ve $E_g(t) = K_g w_g(t)$ geriliminin üretildiği kabul edilsin. Üretilen gerilim K kuvvetlendirici üzerinden şekilde verilen yükü beslemektedir. $L_f = 0.0015$, $R_f = 0.1$, $K_g = 0.75$, $R_L = 10$, $K_v = 0.5$, $K = 1$ ve $C = 0.17$ birim olmak üzere,
(NOT: Generatör rotoruna ait parametreler $J_g = B_g = L_g = R_g = 0$)

- $\frac{E_c(s)}{V(s)}$ elde ediniz.
- Devre açık iken $R_L = \infty$ için rüzgar hızı $V(s) = 10$ m/sn sabit olduğu kabul edilir ve $e_c(t) = 40$ V istenir ise kazanç $K = ?$ hesap ediniz.

S-4



Şekilde verilen sistemde

- Karakteristik denklemini elde ediniz?
- $K_2 = 1$, $K_3 = 1$ olarak verilen sistemin birim basamak cevabında $\zeta = 0.7$ ve %2 kriterinde yerleşme zamanı $t_s = 4$ sn olabilmesi için K_1 ve α değerlerini hesaplayınız.

Formüller

$$x(k) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} \left[(z - z_i)^m X(z) z^{k-1} \right]_{z=z_i}$$

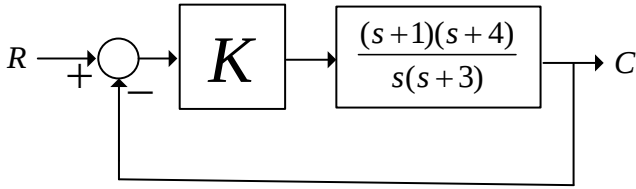
$$X(z) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}} \left[(s - s_i)^m X(s) \frac{z}{z - e^{sT}} \right]_{s=s_i} \right\}$$

Başarılar, Süre 90 dak.

Pro. Dr. Ayhan ÖZDEMİR, Dr. Öğr. Üyesi. Burhan Baraklı

C.1)

a)



b) Sistemin açık çevrim transfer fonksiyonu

$$A. \dot{C}. T. F = K \frac{(s+4)(s+1)}{s(s+3)}$$

Sitemin birim rampa giriş için sürekli hal hatasının 0.1 olabilmesi için son değer teoreminden yararlanırsak

$$r(t) = t \rightarrow R(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)}{1 + G_{actf}(s)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\frac{1}{s^2}}{1 + K \frac{(s+4)(s+1)}{s(s+3)}} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\frac{1}{s^2} s(s+3)}{s(s+3) + K(s+4)(s+1)} = \frac{(0+3)}{0(0+3) + K(0+4)(0+1)} = 0.1$$

$$\frac{3}{4K} = 0.1 \rightarrow K = 7.5$$

c) Kontrol sisteminin açık çevrim transfer fonksiyonu;

$$A. \dot{C}. T. F = K \frac{(s+4)(s+1)}{s(s+3)} \quad p_1 = 0 \quad n=2 \text{ (Kutup sayısı)}$$

Sistemin kutupları ve sıfırları;

$$p_1 = -3$$

$$z_1 = -4 \quad m=2 \text{ (sıfır sayısı)}$$

$$z_2 = -1$$

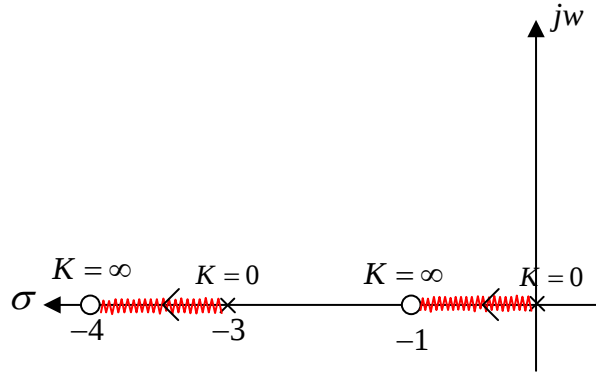
$n - m = 2 - 2 = 0$ adet asimtotod vardır.

Kutup ve sıfır dağılımlarının yapıldığı ve kök eğrisine dahil olan bölgeler aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

$\frac{d}{ds} \left[K \frac{(s+4)(s+1)}{s(s+3)} \right] = 0$ denklemi çözülerek kopma noktası bulunur.

$$\frac{d}{ds} \left[K \frac{s^2+5s+4}{s^2+3s} \right] = 0 \rightarrow \frac{(2s+5)(s^2+3s) - (2s+3)(s^2+5s+4)}{(s^2+3s)^2} = 0 \rightarrow -2s^2 - 8s - 12 = 0$$

$$s_1 = -2 + 1.4142j \quad s_2 = -2 - 1.4142j$$



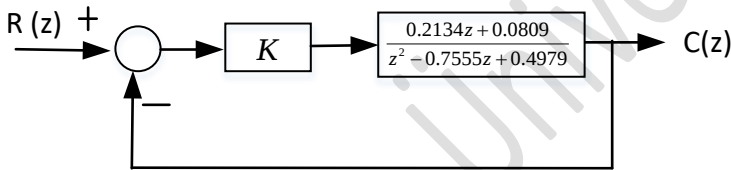
C.2)

$$a) G(z) = Z\{G_{zoh}(s) G(s)\} \rightarrow G_p(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} \frac{1}{(s+1)(s+2)}\right\} = (1-z^{-1}) Z\left\{\frac{1}{s(s+1)(s+2)}\right\}$$

$$G_p(z) = \frac{z-1}{z} \left\{ s \frac{1}{s(s+1)(s+2)} \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{\substack{s=0 \\ T=1}} + (s+1) \frac{1}{s(s+1)(s+2)} \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{\substack{s=-1 \\ T=1}} + (s+2) \frac{1}{s(s+1)(s+2)} \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{\substack{s=-2 \\ T=1}} \right\}$$

$$G_p(z) = \frac{0.2134z+0.08097}{z^2-0.7555z+0.4979} \text{ şeklinde elde edilir.}$$

$D(z)=K$ için kontrol sisteminin kapalı çevrim blok diyagramı aşağıdaki gibidir.



Kontrol sisteminin kapalı çevrim transfer fonksiyonu;

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{K \frac{0.2134z + 0.08097}{z^2 - 0.7555z + 0.4979}}{1 + K \frac{0.2134z + 0.08097}{z^2 - 0.7555z + 0.4979}}$$

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{K(0.2134z + 0.08097)}{z^2 - 0.7555z + 0.4979 + K(0.2134z + 0.08097)}$$

b) $D(z)=K=1$ alınırsa

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{0.2134z + 0.08097}{z^2 - 0.5421z + 0.5789}$$

olarak elde edilir. Birim basamak giriş için $R(z) = \frac{z}{z-1}$ ise

$$C(z) = \frac{z}{z-1} \frac{0.2134z + 0.08097}{z^2 - 0.5421z + 0.5789}$$

olarak elde edilir.

$$c(k) = \left\{ (z-1) \frac{z(0.2134z + 0.08097)}{(z-1)(z-0.27-0.71j)(z-0.27+0.71j)} z^{k-1} \right|_{z=1} \\ + (z-0.27-0.71j) \frac{z(0.2134z + 0.08097)}{(z-1)(z-0.27-0.71j)(z-0.27+0.71j)} z^{k-1} \Big|_{z=0.27+0.71j} \\ + (z-0.27+0.71j) \frac{z(0.2134z + 0.08097)}{(z-1)(z-0.27-0.71j)(z-0.27+0.71j)} z^{k-1} \Big|_{z=0.27-0.71j} \Big\}$$

$$c(k) = 0.2839 \cdot 1^{k-1} + (0.0062 - 0.2015j) \frac{1}{0.142j} (0.27 + 0.71j)^k + (0.0062 \\ + 0.2015i) \frac{1}{-0.142j} (0.27 - 0.71j)^k$$

$$c(k) = 0.2839 \cdot 1^{k-1} \\ + \frac{1}{0.142j} \{ (0.0062 - 0.2015j)(0.27 + 0.71j)^k - (0.0062 + 0.2015i)(0.27 - 0.71j)^k \}$$

$$c(k) = 0.2839 \cdot 1^{k-1} + \frac{1}{0.142j} \{ 0.2016(0.27^2 + 0.71^2)^{k/2} e^{j(k\phi - 88.23)} - 0.2016(0.27^2 + 0.71^2)^{k/2} e^{-j(k\phi - 88.23)} \}$$

$$c(k) = 0.2839 \cdot 1^{k-1} + \frac{0.2016(0.27^2 + 0.71^2)^{k/2}}{0.71} \left\{ \frac{e^{j(k\phi - 88.23)} - e^{-j(k\phi - 88.23)}}{2j} \right\}$$

$$c(k) = 0.2839 \cdot 1^{k-1} + \frac{0.2016(0.27^2 + 0.71^2)^{k/2}}{0.71} \sin(k\phi - 88.23)$$

c) Jury kararlılık analizi için karakteristik denklem $F(z) = 1 + G(z)H(z) = 0$ elde edilmelidir.

$$G(z)H(z) = K \frac{0.2134z + 0.08097}{z^2 - 0.7555z + 0.4979}$$

$$F(z) = 1 + K \frac{0.2134z + 0.08097}{z^2 - 0.7555z + 0.4979} = 0$$

$$F(z) = z^2 + (K0.2134 - 0.7555)z + (0.4979 + K0.08097) = 0 \text{ olarak elde edilir.}$$

Sistem derecesi 2 olduğundan sistem $2n - 3 = 1$ yeter koşulu sağladığında kararlılık şartı sağlamış olur.

Gerek koşulları incelersek;

$$i-) F(1) > 0, \quad F(1) = 1^2 + (K0.2134 - 0.7555)1 + (0.4979 + K0.08097) > 0 \rightarrow K > -2.5217$$

$$\text{ii-}) (-1)^2 F(-1) > 0, F(-1) = 1 - (K0.2134 - 0.7555) + (0.4979 + K0.08097) > 0 \rightarrow K < 17.02$$

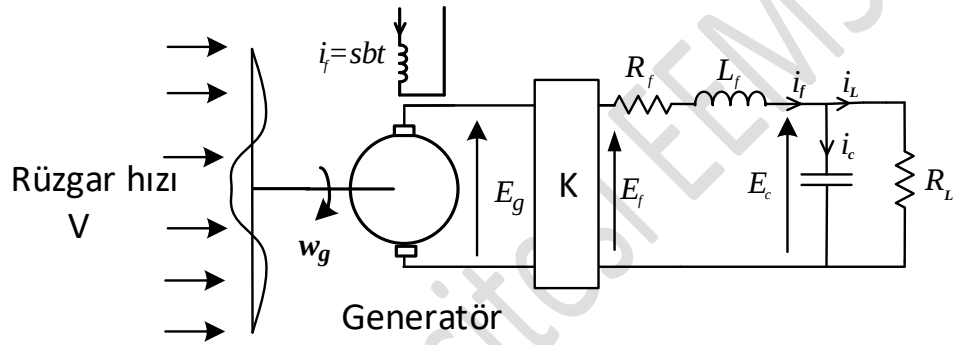
$|a_2| > |a_0|$ şartı sağlandığında yeter koşullar sağlanmış olur.

$$1 > 0.4979 + K0.08097 \rightarrow K < 6.2011$$

Gerek ve yeter koşullardan elde edilen kısıtlar birleştirildiğinde $-2.5217 < K < 6.2011$ aralığında sistemin kararlı olduğu görülür. Sınır kazanç değeri $K_s = 6.2011$ ' dir. $K > 6.2011$ için sistem kararsızdır.

C.3)

a)



$$w_g(t) = k_v V(t) \rightarrow \Omega_g(s) = k_v V(s)$$

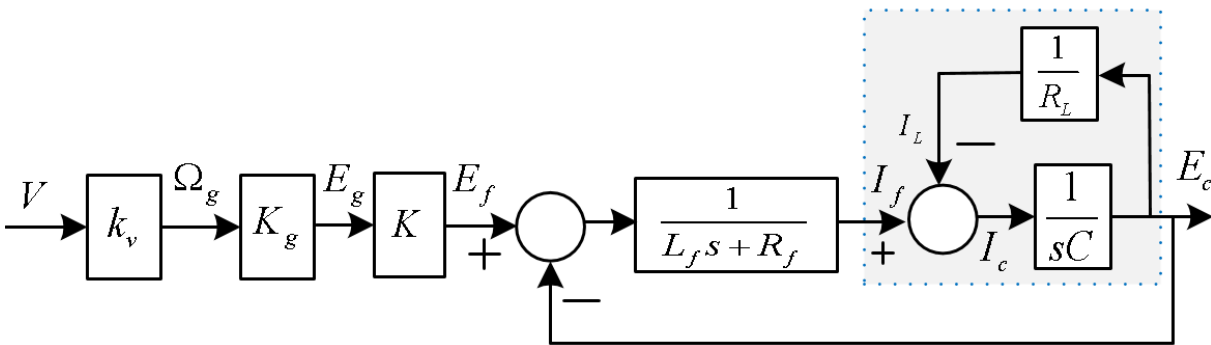
$$E_g(t) = K_g w_g(t) \rightarrow E_g(s) = K_g \Omega_g(s)$$

$$E_f(t) = K E_g(t) \rightarrow E_f(s) = K E_g(s)$$

$$E_f(t) = R_f i_f(t) + L_f \frac{di_f(t)}{dt} + V_c(t) \rightarrow I_f(s) = \frac{E_f(s) - V_c(s)}{L_f s + R_f}$$

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int i_c(t) dt \rightarrow V_c(s) = \frac{I_c(s)}{sC}$$

$$i_f(t) = i_L(t) + i_c(t) \rightarrow I_c(s) = I_f(s) - I_L(s)$$



$$\frac{E_c(s)}{I_f(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{1 + \frac{1}{sC} \frac{1}{R_L}} \rightarrow \frac{E_c(s)}{I_f(s)} = \frac{R_L}{sCR_L + 1}$$

$$\frac{E_c(s)}{E_f(s)} = \frac{\frac{1}{L_f s + R_f} \frac{R_L}{sCR_L + 1}}{1 + \frac{1}{L_f s + R_f} \frac{R_L}{sCR_L + 1}} \rightarrow \frac{E_c(s)}{E_g(s)} = \frac{R_L}{(L_f s + R_f)(sCR_L + 1) + R_L}$$

$$\frac{E_c(s)}{E_f(s)} = \frac{R_L}{L_f C R_L s^2 + L_f s + s C R_L R_f + R_f + R_L}$$

$$\frac{E_c(s)}{E_f(s)} = \frac{\frac{1}{L_f C}}{s^2 + \left(\frac{1}{C R_L} + \frac{R_f}{L_f}\right)s + \left(\frac{R_f + R_L}{L_f C R_L}\right)}$$

$$\frac{E_c(s)}{E_f(s)} = \frac{E_c(s)}{E_f(s)} = \frac{\frac{1}{L_f C}}{s^2 + \left(\frac{1}{C R_L} + \frac{R_f}{L_f}\right)s + \left(\frac{1}{L_f C} + \frac{R_f}{L_f C R_L}\right)}$$

$$\frac{E_c(s)}{V(s)} = K K_g k_v \frac{E_c(s)}{E_g(s)} = \frac{\frac{K_g k_v K}{L_f C}}{s^2 + \left(\frac{1}{C R_L} + \frac{R_f}{L_f}\right)s + \left(\frac{1}{L_f C} + \frac{R_f}{L_f C R_L}\right)}$$

b) Devre açık iken $R_L = \infty$ için

$$\frac{E_c(s)}{V(s)} = K_g k_v \frac{E_c(s)}{E_g(s)} = \frac{\frac{K_g k_v}{L_f C}}{s^2 + \left(\frac{1}{C(\infty)} + \frac{R_f}{L_f}\right)s + \left(\frac{1}{L_f C} + \frac{R_f}{L_f C(\infty)}\right)}$$

$$\frac{E_c(s)}{V(s)} = K_g k_v K \frac{E_c(s)}{E_f(s)} = K_g k_v K \frac{\frac{1}{L_f C}}{s^2 + \frac{R_f}{L_f}s + \frac{1}{L_f C}}$$

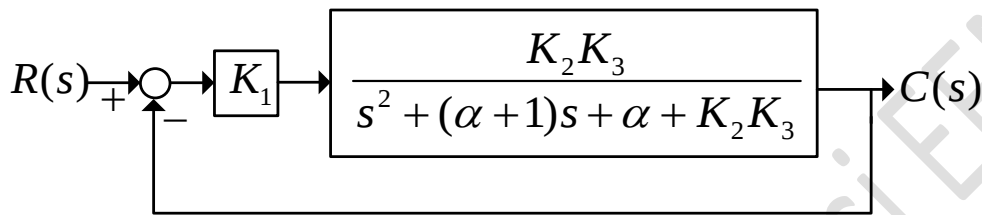
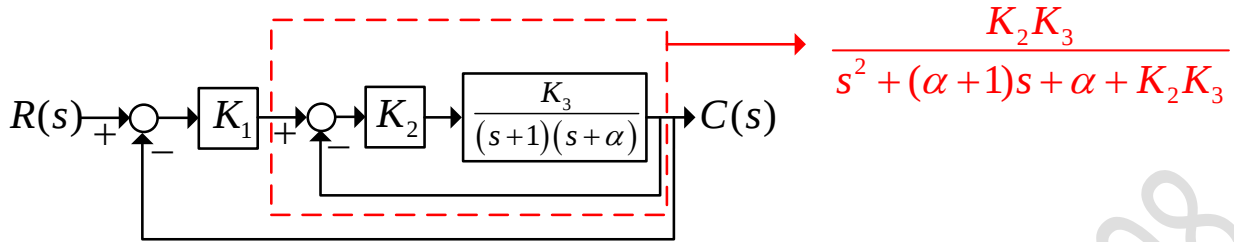
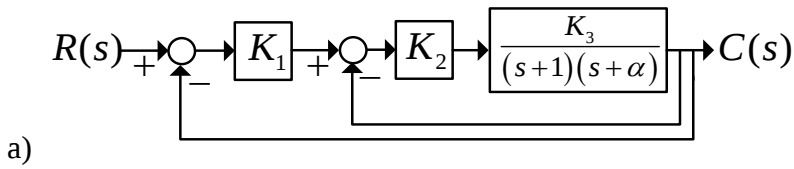
$$\frac{E_c(s)}{V(s)} = K \frac{1471}{s^2 + 67.25s + 3961}$$

$$E_c(s) = K \frac{1471}{s^2 + 67.25s + 3961} V(s) \quad V(s) = \frac{10}{s} \quad e_c(\infty) = 40 \text{ volt}$$

$$e_c(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_c(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E_c(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s K \frac{1471}{s^2 + 67.25s + 3961} \frac{10}{s} = 40$$

$$K \frac{1471 * 10}{3961} = 40 \rightarrow K = \frac{3961 * 40}{1471 * 10} \rightarrow K = 10.7709$$

4)



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_1 K_2 K_3}{s^2 + (\alpha + 1)s + \alpha + K_2 K_3 + K_1 K_2 K_3}$$

Sistemin karakteristik denklemi paydasının sıfıra eşitlenmesi ile elde edilmektedir. Sistemin karakteristik denklemi

$$s^2 + (\alpha + 1)s + \alpha + K_2 K_3 + K_1 K_2 K_3 = 0$$

olarak elde edilir.

b) Sistemin karakteristik denklemini 2. Dereceden örnek sistemin karakteristk denklemine eşitlersek

$$s^2 + (\alpha + 1)s + \alpha + K_2 K_3 + K_1 K_2 K_3 = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

Yüzde 2 kriterine göre $t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \rightarrow \omega_n = 1.8426$ olarak hesaplanır.

$$\omega_n = \sqrt{\alpha + K_2 K_3 + K_1 K_2 K_3}$$

$$2\zeta\omega_n = \alpha + 1$$

Eşitlikleri kullanılarak $\alpha = 1$ ve $K_1 = 0.0408$ olarak elde edilir.