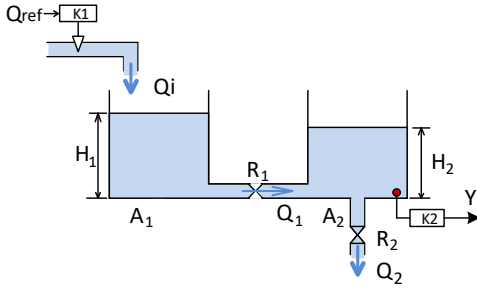


OTOMATİK KONTROL ARA SINAVI

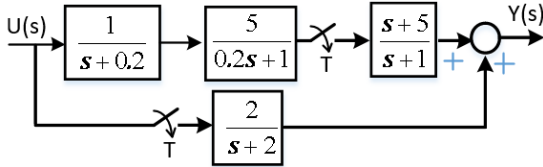
S-1



Birinci ve ikinci sıvı tanklarının taban alanları sırası ile A_1 ve A_2 dir. Debiler $Q_1 = R_1 \sqrt{H_1 - H_2}$ ve $Q_2 = R_2 \sqrt{H_2}$ dir.

- Sistemin t-domeni denklemlerini yazınız.
- Sistemin matematik modelini H_{10} , H_{20} ve Q_{i0} çalışma noktaları için doğrusallaştırınız.
- Sistemin durum denklemler vektör matris formu $\frac{\Delta \mathbf{x}(t)}{\Delta t} = \mathbf{A} * \Delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} * \Delta \mathbf{u}(t)$ olarak yazınız.

S-2



$U(s) = \frac{1}{s}$ ile verilen sistemi $T = 0.02$ sn için

- $Y(z)$ elde ediniz. b) $y(k)$ ifadesini elde ediniz.

S-3

Açık çevrim transfer fonksiyonu, $G(s) = \frac{1}{(s+0.2)}$ olarak verilen sistem örnekleme zamanı $T = 1$ sn olmak üzere ayrık-zaman sayısal kontrolcü $D(z) = 1$ ile kontrol edilmek istenmektedir.

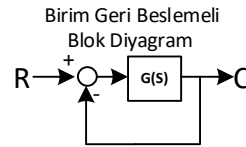
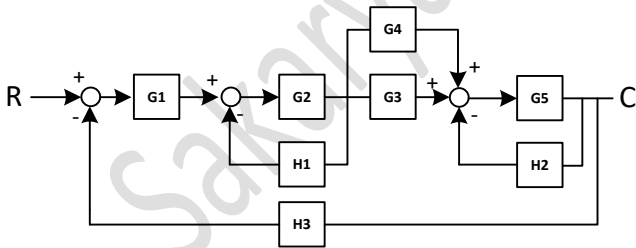
- Ayrık zaman kapalı çevrim transfer fonksiyonu $T(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$ elde ediniz.
- $r(t) = u(t)$ için $C(z) = ?$ ve $C(kT) = ?$
- $c(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} c(k)$ ve $c() = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)C(z)$ ifadelerinden ayrı ayrı $C(\infty)$ değerini hesaplayınız.

S-4

a) Aşağıda verilen blok diyagrama ait ileri yol transfer fonksiyonu (G_{ileri}), geri yol transfer fonksiyonu (G_{geri}) ve kapalı çevrim

transfer fonksiyonunu ($TF = \frac{C(s)}{R(s)}$) elde ediniz.

b) Sistemin, birim geri beslemeli blok diyagramını elde ediniz.



Formüller

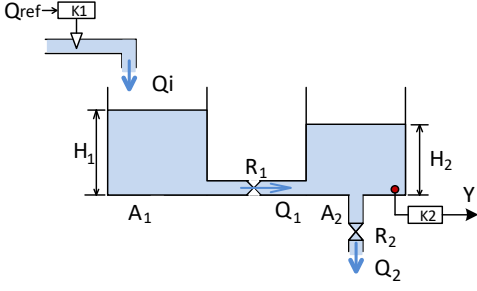
$$x(k) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} \left[(z - z_i)^m X(z) z^{k-1} \right]_{z=z_i}$$

$$X(z) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}} \left[(s - s_i)^m X(s) \frac{z}{z - e^{sT}} \right]_{s=s_i} \right\}$$

Başarılar, Süre 90 dak.

Prof. Dr. Ayhan ÖZDEMİR, Dr. Öğr. Üyesi. Burhan Baraklı

C.1



a)

1. tanktaki sıvı değişimi aşağıdaki denklemde olduğu gibi ifade edilmektedir.

$$Q_i - Q_1 = \frac{dH_1}{dt} \rightarrow Q_i - R_1\sqrt{H_1 - H_2} = A_1 \frac{dH_1}{dt}$$

2. tanktaki sıvı değişimi ise

$$Q_1 - Q_2 = \frac{dH_2}{dt} \rightarrow R_1\sqrt{H_1 - H_2} - R_2\sqrt{H_2} = A_2 \frac{dH_2}{dt}$$

Olarak elde edilir.

b)

Sistemin durum değişkenleri

$x_1(t) = H_1(t)$ 1. Tankın sıvı seviyesi

$x_2(t) = H_2(t)$ 2. Tankın sıvı seviyesi olarak belirlensin.

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{Q_i}{A_1} - \frac{R_1}{A_1}\sqrt{x_1 - x_2} \quad 1. \text{ Durum denklemi}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{R_1}{A_2}\sqrt{x_1 - x_2} - \frac{R_2}{A_2}\sqrt{x_2} \quad 2. \text{ durum denklemi}$$

Sisteme ait durum denklemleri denklemlerde bulunan karekök(nonlinear) ifadelerden dolayı $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$ formunda yazılamaz. Sistemin çalışma noktası etrafında lineer modeli elde edilecektir.

Durum denklemleri

$$f_1 = \frac{dx_1}{dt} = \frac{Q_i}{A_1} - \frac{R_1}{A_1} \sqrt{x_1 - x_2}$$

$$f_2 = \frac{dx_2}{dt} = \frac{R_1}{A_2} \sqrt{x_1 - x_2} - \frac{R_2}{A_2} \sqrt{x_2}$$

Şeklinde ifade edilir.

A^* ve B^* ifadeleri bulunacaktır.

$$A^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-R_1}{2A_1\sqrt{x_1-x_2}} & \frac{R_1}{2A_1\sqrt{x_1-x_2}} \\ \frac{R_1}{2A_2\sqrt{x_1-x_2}} & \frac{-R_1}{2A_2\sqrt{x_1-x_2}} - \frac{-R_2}{2A_2\sqrt{x_2}} \end{bmatrix} \quad x_1 = H_{10} \quad x_2 = H_{20}$$

$$B^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial Q_i} \\ \frac{\partial f_2}{\partial Q_i} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

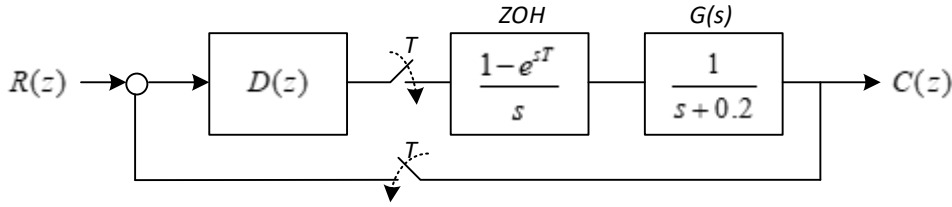
c) A^* ve B^* ifadeleri kullanılarak sistemin H_{10} , H_{20} ve Q_{i0} çalışma noktaları için lineer modeli

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta x_1(t)}{\Delta t} \\ \frac{\Delta x_2(t)}{\Delta t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_1}{2A_1\sqrt{H_{10}-H_{20}}} & \frac{R_1}{2A_1\sqrt{H_{10}-H_{20}}} \\ \frac{R_1}{2A_2\sqrt{H_{10}-H_{20}}} & \frac{-R_1}{2A_2\sqrt{H_{10}-H_{20}}} - \frac{-R_2}{2A_2\sqrt{H_{20}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1(t) \\ \Delta x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta Q_i(t)$$

İle ifade edilir.

Ç-4

a) Sistemin ayrık zaman kapalı çevrim transfer fonksiyonu aşağıda verilmiştir.



$$Z \left\{ \frac{1-e^{sT}}{s} \frac{1}{s+0.2} \right\} = (1-z^{-1}) Z \left\{ \frac{1}{s(s+0.2)} \right\}$$

$$Z \left\{ \frac{1}{s(s+0.2)} \right\} = s \frac{1}{s(s+0.2)} \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{s=0} + (s+0.2) \frac{1}{s(s+0.2)} \frac{z}{z-e^{sT}} \Big|_{s=-0.2} = \frac{5z}{z-1} - \frac{5z}{z-0.819}$$

$$Z \left\{ \frac{1-e^{sT}}{s} \frac{1}{s+0.2} \right\} = G(z) = \frac{z-1}{z} \left(\frac{5z}{z-1} - \frac{5z}{z-0.819} \right) = \frac{0.905}{z-0.819}$$

Sistemin transfer fonksiyonu,

$$T(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{D(z)G(z)}{1+D(z)G(z)} = \frac{\frac{0.905}{z-0.819}}{1+\frac{0.905}{z-0.819}} = \frac{0.905}{z+0.086}$$

b)

$$C(z) = \frac{0.905}{z+0.086} R(z) = \frac{0.905}{z+0.086} \frac{z}{z-1} = \frac{0.905z}{(z+0.086)(z-1)}$$

$$c(k) = (z+0.086) \frac{0.905z}{(z+0.086)(z-1)} z^{k-1} \Big|_{z=-0.086} + (z-1) \frac{0.905z}{(z+0.086)(z-1)} z^{k-1} \Big|_{z=1}$$

$$c(k) = 0.833 + 0.716(-0.086)^{k-1}$$

c)

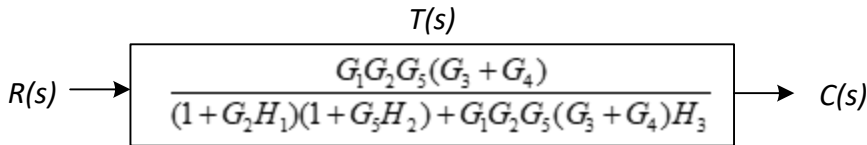
$$c(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)C(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{0.905z}{(z+0.086)(z-1)} = 0.833$$

$$c(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} 0.833 + 0.716(-0.086)^{k-1} = 0.833$$

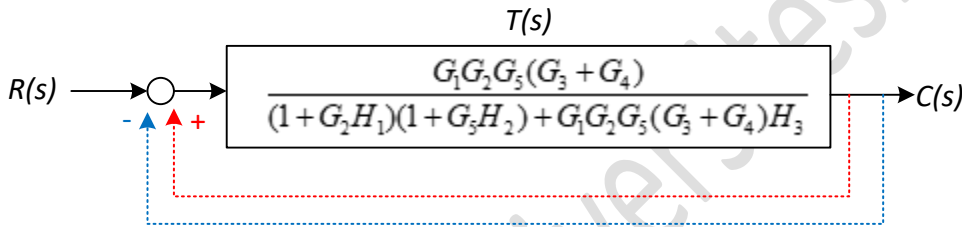
$$G_{ileri} = \frac{C(s)}{E(s)} = G_1 \frac{G_2}{1+G_2H_1} (G_3 + G_4) \frac{G_5}{1+G_5H_2} = \frac{G_1G_2G_5(G_3 + G_4)}{(1+G_2H_1)(1+G_5H_2)}$$

$$G_{geri} = \frac{B(s)}{C(s)} = H_3$$

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{\frac{G_1G_2G_5(G_3 + G_4)}{(1+G_2H_1)(1+G_5H_2)}}{1 + \frac{G_1G_2G_5(G_3 + G_4)}{(1+G_2H_1)(1+G_5H_2)} H_3} = \frac{G_1G_2G_5(G_3 + G_4)}{(1+G_2H_1)(1+G_5H_2) + G_1G_2G_5(G_3 + G_4)H_3}$$



Transfer fonksiyonuna farklı işaretlerde iki geri besleme eklenirse transfer fonksiyonun sonucu değişmez. Burada pozitif geri besleme $T(s)$ ile indirgenerek birim geri beslemeli kapalı çevrim blok diyagramı oluşturulabilir.



$$G(s) = \frac{T(s)}{1-T(s)} = \frac{\frac{G_1G_2G_5(G_3 + G_4)}{(1+G_2H_1)(1+G_5H_2) + G_1G_2G_5(G_3 + G_4)H_3}}{1 - \frac{G_1G_2G_5(G_3 + G_4)}{(1+G_2H_1)(1+G_5H_2) + G_1G_2G_5(G_3 + G_4)H_3}}$$

$$G(s) = \frac{G_1G_2G_5(G_3 + G_4)}{(1+G_2H_1)(1+G_5H_2) + G_1G_2G_5(G_3 + G_4)H_3 - G_1G_2G_5(G_3 + G_4)}$$

